

Convergence forte de matrices aléatoires. Application à la conjecture de Peterson-Thom

Je rappellerai tout d'abord brièvement quelques notions et résultats classiques en théorie des grandes matrices aléatoires. Je présenterai ensuite les différentes idées de la méthode développée par U. Haagerup et S. Thorbjørnsen [2], pour démontrer la convergence forte de matrices hermitiennes gaussiennes indépendantes (dites de type G.U.E), puis généralisée par H. Schultz [6] pour étendre ce résultat au cas des matrices symétriques gaussiennes. Je montrerai enfin comment cette méthode, couplée avec les résultats de F. Parraud [4], peut être utilisée pour démontrer la convergence forte de produits tensoriels de matrices de type G.U.E. [1]. Grâce aux travaux de Ben Hayes [3], ce dernier résultat implique que la conjecture de Peterson-Thom [5] en théorie des algèbres de von Neumann est vraie.

References

- [1] S.T Belinschi, M. Capitaine, Strong convergence of tensor products of independent G.U.E. matrices, arXiv:2205.07695v1 (2022).
- [2] U. Haagerup and S. Thorbjørnsen. A new application of random matrices: $\text{Ext}(C_{\text{red}}^*(F_2))$ is not a group. *Ann. of Math. (2)* 162(2), 711–775 (2005).
- [3] B. Hayes. A random matrix approach to the Peterson-Thom conjecture. *Indiana Univ. Math. J.*, 71(3):1243–1297, (2022).
- [4] F. Parraud, Asymptotic expansion of smooth functions in polynomials in deterministic matrices and iid GUE matrices. *Comm. Math. Phys.* 399 no. 1, 249–294, (2023).
- [5] J. Peterson and A. Thom. Group cocycles and the ring of affiliated operators. *Invent. Math.* 185(3):561–592, (2011).
- [6] H. Schultz. Non-commutative polynomials of independent Gaussian random matrices. The real and symplectic cases. *Probab. Theory Related Fields* 131, no. 2, 261–309 (2005).